PROBLEMS IN THEORY OF PHASE TRANSITIONS IN BIOLOGICAL SYSTEMS

Eliano PESSA

Dipartimento di Psicologia

Centro Interdipartimentale di Scienza Cognitive
Università di Pavia

1st Quantumbionet Workshop
25th May 2007,
Aula Volta
Pavia, Italy

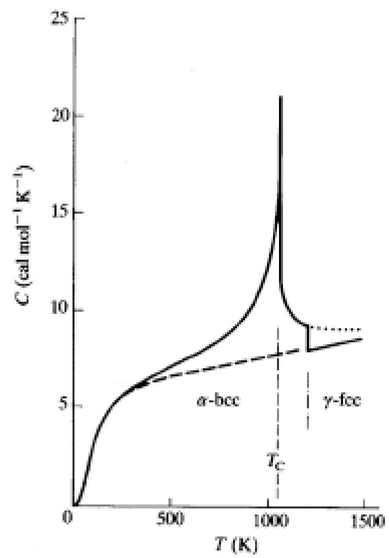
IL PROBLEMA

L'osservazione dei fenomeni che avvengono nel mondo circostante mostra come molti di essi consistano in CAMBIAMENTI (più o meno rapidi) che appaiono modificare IN MODO PROFONDO la STRUTTURA di sistemi fisici, biologici, psicologici, economici o sociali.

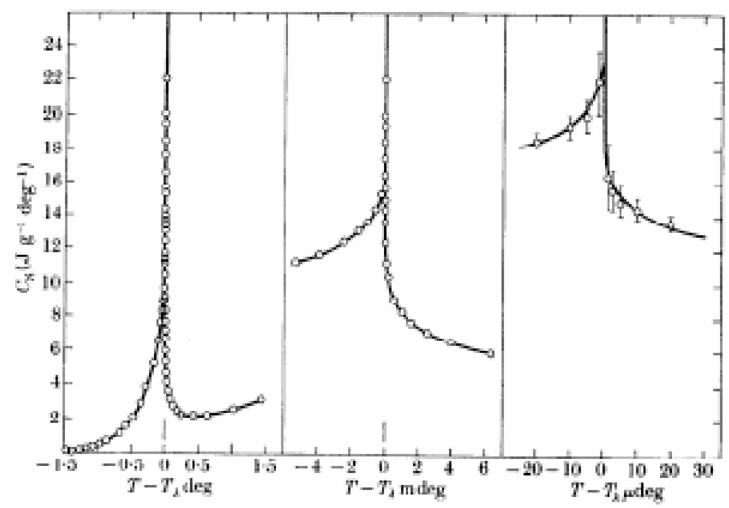
Esempi tipici sono i passaggi di stato (come fusioni, solidificazioni, ecc.), lo sviluppo degli organismi biologici, l'apprendimento di nuovi concetti, la comparsa di nuove forme di produzione di beni, la modifica di usanze, le rivoluzioni.

Si può costruire una scienza di tali fenomeni ?

Il caso tipico è fornito dalle transizioni di fase che riguardano i sistemi fisici, evidenziate dalle loro curve caratteristiche.



Specific heat of Fe near the Curie point



The famous "lambda-point" in the specific heat of ^4He at the superfluid phase transition.

Curve del Calore Specifico in funzione della Temperatura

Tuttavia anche nel mondo biologico esistono transizioni altrettanto spettacolari. Non sempre le loro scale di tempo sono corte rispetto alla scala della vita umana, ma possono esserlo su scale paragonabili alla durata della storia della Terra. Ecco un esempio tratto dalla paleontologia.

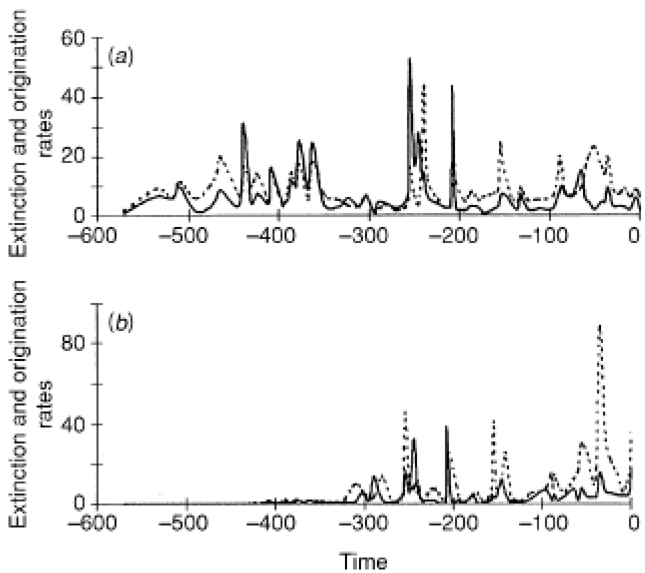


Figure 4. Patterns of the extinction rate and the origination rate through time of (*a*) marine organisms, and (*b*) terrestrial organisms. The solid line represents the extinction rate, the dashed line the origination rate. Each mass extinction event has an extremely large number of effects (positive and negative) subsequently, and it can be traced in all time-scales.

Andamento temporale dei tassi di nascita di nuove specie e di estinzione di specie esistenti (ricavato dalle analisi dei fossili)

La paleontologia evidenza anche fenomeni di BIFORCAZIONE di specie viventi.

EOLSS - Patterns and rates of species evolution

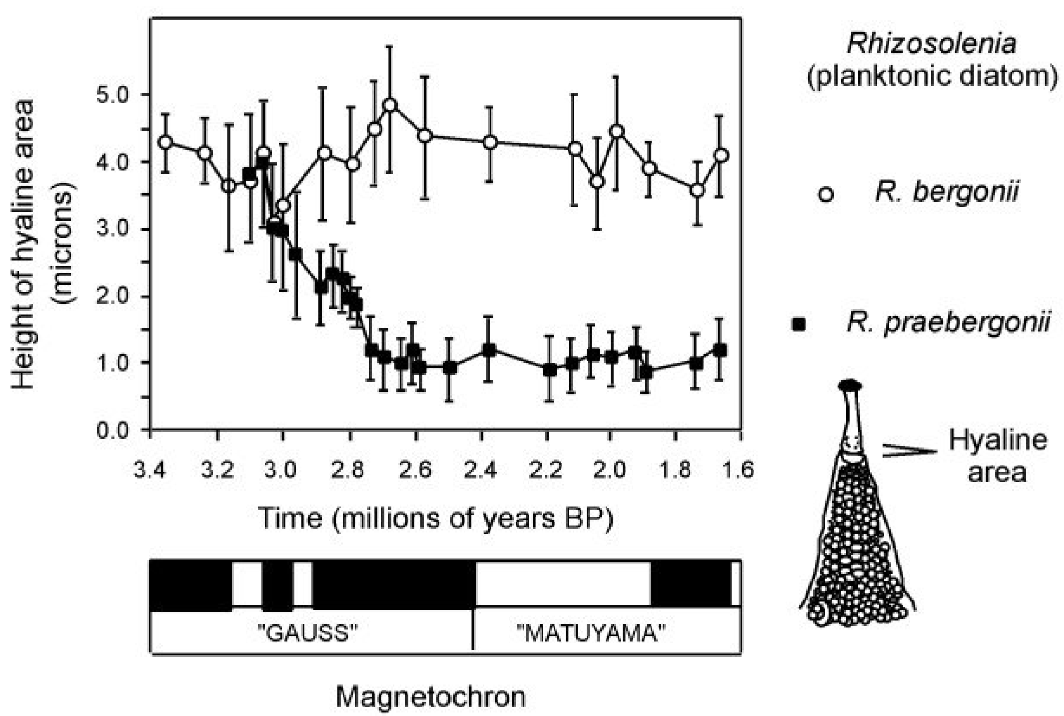


Figure 5. Gradual speciation in Rhizosolenia, a planktonic diatom from the equatorial Pacific. One species split into two some3 million years ago, and the split can be detected in all deep-sea sediment cores so far studied. This was evidently a sympatric speciation event, and one that took some 300,000 years for definitive separation of the two species. Redrawn from Sorhannus et al. (1998).

….e persino fenomeni di comparsa improvvisa di nuove specie non originatesi da quelle esistenti.

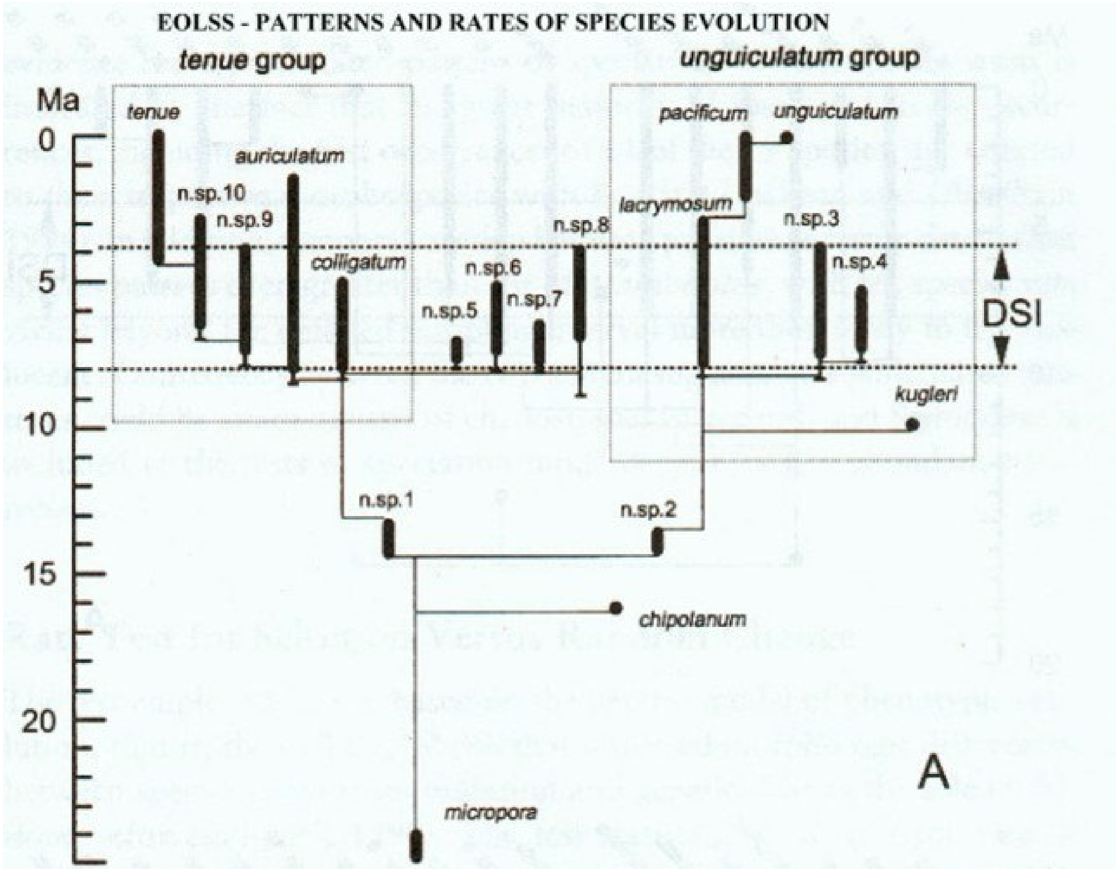


Fig. 6. Punctuational speciation in the bryozoan Metrarabdotos. The fossils show that Metrarabdotos radiated dramatically between 8 and 4 million years ago, and several species arose apparently rapidly, within the Dominican Sampling Interval (DSI), a particularly well sampled sequence. Based on the work of Cheetham and Jackson.

….MA TALI TRANSIZIONI RIGUARDANO ANCHE I PROCESSI COGNITIVI

Infatti in molti casi essi sono caratterizzati, sia sul piano dell'OSSERVAZIONE QUOTIDIANA che su quello delle MISURE SPERIMENTALI, dalla comparsa, su scale di tempo ABBASTANZA CORTE, di capacità e comportamenti che non appaiono facilmente prevedibili o spiegabili in base a precedenti conoscenze sullo stato e sulle capacità dell'agente preso in considerazione

LE PROVE SPERIMENTALI DELL'ESISTENZA DI RAPIDI CAMBIAMENTI COGNITIVI

Nonostante questi cambiamenti siano comunemente osservati nell'esperienza quotidiana, non esistono molte evidenze sperimentali in proposito, in quanto richiedono ricerche di tipo LONGITUDINALE, che non è sempre facile condurre.

Per questo motivo tali evidenze compaiono maggiormente in certi settori della Psicologia

(ad esempio quello EVOLUTIVO) piuttosto che in altri.

ESEMPIO: LA CRESCITA DEL VOCABOLARIO E DELLA FREQUENZA D'USO DEL PLURALE

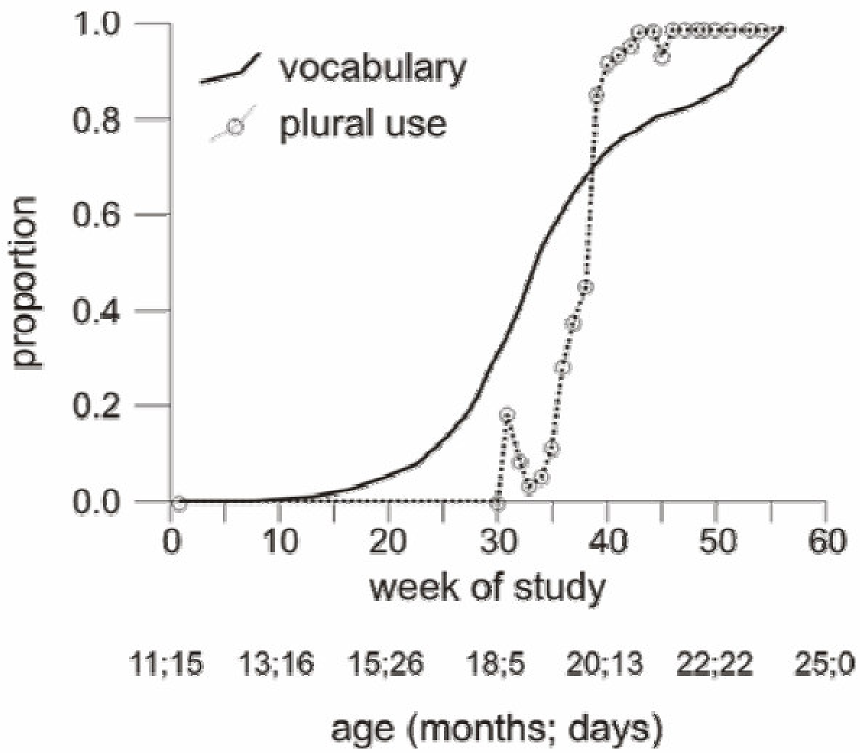
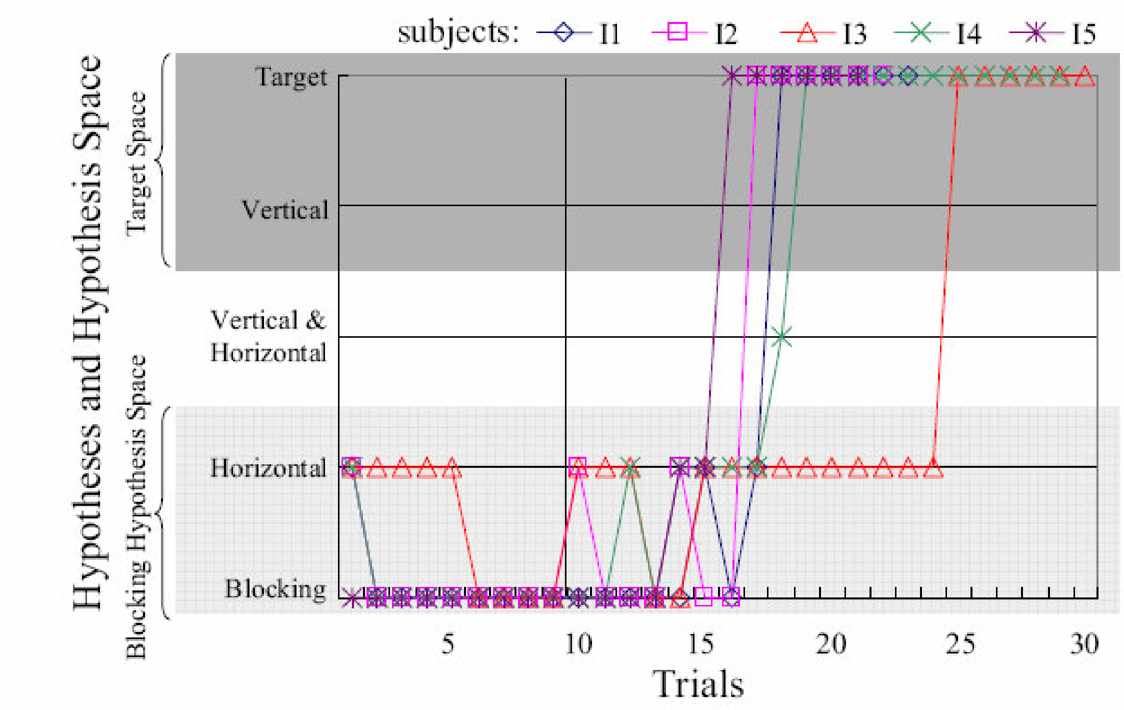


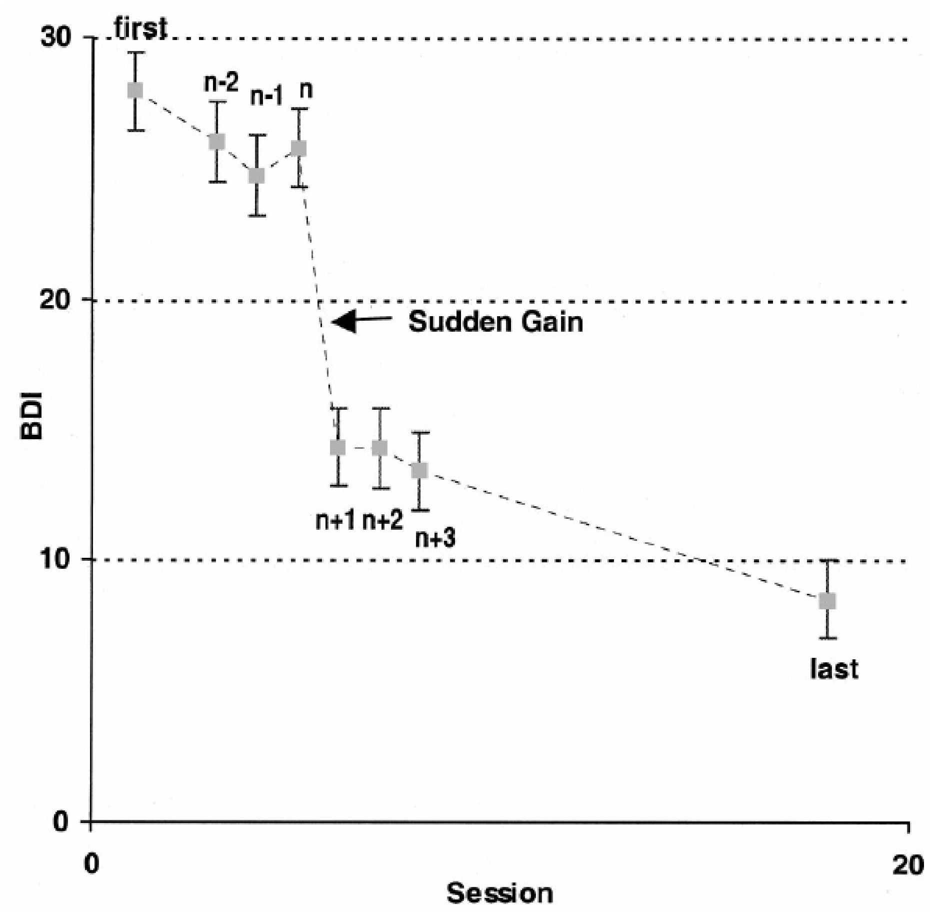
Figure 1

Vocabulary growth and use of plurals, adapted from Robinson and Mervis (1998)

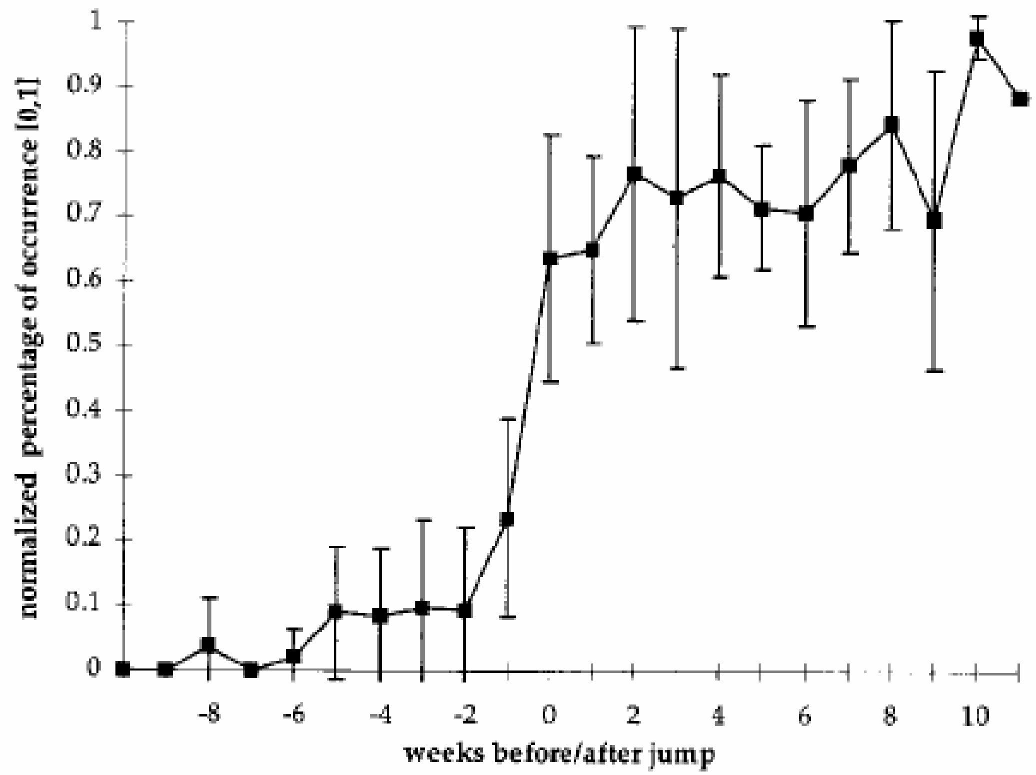
ESEMPIO: LA TRANSIZIONE DALL'IPOTESI SBAGLIATA ALL'IPOTESI GIUSTA DURANTE UN COMPITO DI SCOPERTA DELLA REGOLA (TERAI & MIWA, 2003)



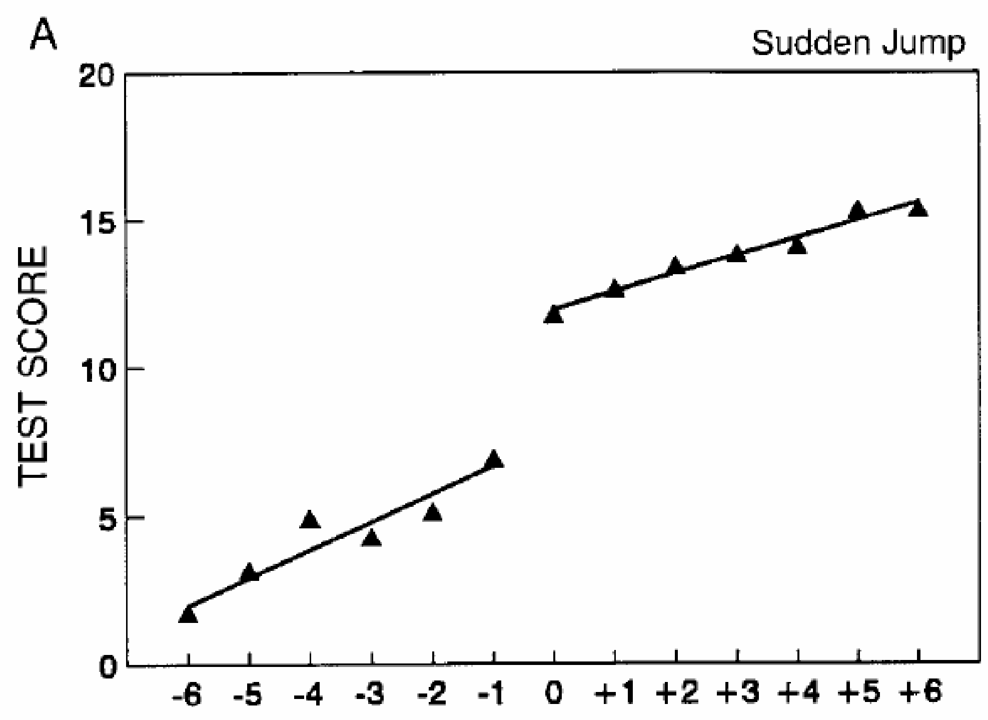
ESEMPIO: LA CADUTA DEI SINTOMI DI DEPRESSIONE DURANTE UNA TERAPIA COGNITIVA
(TANG et al., 2005)



ESEMPIO: LO SVILUPPO NEI BAMBINI PICCOLI DELLA CAPACITÀ DI RAGGIUNGERE UN OGGETTO AFFERRANDOLO (WIMMERS et al., 1998)



ESEMPIO: IL PASSAGGIO DA UN RAGIONAMENTO DI TIPO NON ANALOGICO AD UN RAGIONAMENTO DI TIPO ANALOGICO (HOSENFELD et al., 1997)



PER DESCRIVERE I FENOMENI DI CAMBIAMENTO CHE AVVENGONO NELLA MATERIA BIOLOGICA È SUFFICIENTE LA TEORIA TRADIZIONALE DELLE TRANSIZIONI DI FASE ?

Due punti di vista differenti sono possibili:

- **anche se la teoria tradizionale delle transizioni di fase, valida per i sistemi fisici, è basata su concetti non sempre adattabili al dominio biologico (stati di equilibrio, volume infinito, ecc.), tuttavia una sua opportuna generalizzazione può render conto anche dei processi di cambiamento biologici**
- **per studiare i cambiamenti biologici occorre un approccio completamente nuovo, incompatibile con quello usato dalla teoria tradizionale delle transizioni di fase**

L’EMERGENZA BIOLOGICA

Purtroppo i modelli ideali dell’emergenza fisica non sembrano adatti a descrivere l’emergenza biologica caratterizzata da:

- **CORRELAZIONI A MEDIO RAGGIO**
- **METASTABILITÀ**
- **RUOLO DELL’INDIVIDUALITÀ**
- **ORGANIZZAZIONE GERARCHICA**
- **BASSA ENERGIA**
- **RELAZIONE CON L’AMBIENTE**

LE BASI DELL'APPROCCIO FISICO-MATEMATICO ALLA TEORIA DELLE TRANSIZIONI DI FASE

Possono essere così sintetizzate:

- **una minuziosa descrizione dei fenomeni che, dal punto di vista osservativo, caratterizzano i cambiamenti di STATO DI AGGREGAZIONE della materia**

- **il fatto che tutti i sistemi fisici sono caratterizzati da una ESTENSIONE SPAZIALE ben definita**

- **il fatto che fenomeni apparentemente molto diversi possono essere descritti tramite una UNICA LEGGE MATEMATICA**

LA TEORIA TRADIZIONALE DELLE TRANSIZIONI DI FASE : UN MIX FORTUNATO DI DIFFERENTI COMPONENTI

Tale teoria si appoggia su:

- **una serie di osservazioni FENOMENOLOGICHE (es.: esponenti critici)**
- **una serie di TEORIE FENOMENOLOGICHE (es.: la teoria di Ginzburg-Landau, il gruppo di rinormalizzazione)**
- **un opportuno framework teorico (la Teoria Quantistica dei Campi)**
- **una opportuna base statistica (Meccanica Statistica)**

LE PROPRIETÀ PIÙ IMPORTANTI

1) **Per una data pressione ogni transizione di fase avviene in corrispondenza ad una ben precisa TEMPERATURA CRITICA T_c**

2) **Ogni transizione di fase può essere descritta macroscopicamente da un PARAMETRO D'ORDINE, ovvero da una quantità che misura di quanto la nuova fase, dopo la transizione, differisce da quella precedente la transizione; convenzionalmente si assume che il parametro d'ordine valga zero prima della transizione.**

3) Quando la temperatura si avvicina alla temperatura critica della transizione di fase, l'ampiezza delle fluttuazioni del parametro d'ordine tende a DIVERGERE.

4) Se il valore del parametro d'ordine viene perturbato da un'azione esterna, al cessare di essa il parametro d'ordine tende al precedente valore di equilibrio con un processo di rilassamento associato a un TEMPO CARATTERISTICO; tuttavia quest'ultimo tende a DIVERGERE man mano che la temperatura si avvicina a quella critica (CRITICAL SLOWING DOWN).

GLI ESPONENTI CRITICI

Le proprietà fenomenologiche descritte in precedenza suggeriscono di approssimare l'andamento di varie grandezze in prossimità della temperatura critica tramite LEGGI DI POTENZA del tipo:

$$C \approx |\tau|^{-\alpha} \;\; ; \;\; m \approx |\tau|^{\beta} \;\; ; \;\; \xi \approx |\tau|^{-\nu}$$

dove:

$$\tau = (T - T_c)/T_c$$

Qui C = calore specifico, m = parametro d'ordine.

Gli esponenti α, β, ν sono esempi di ESPONENTI CRITICI. Di solito essi vengono determinati sperimentalmente e una buona teoria delle transizioni di fase deve essere in grado di predirne correttamente il valore.

LA TEORIA DI LANDAU

La teoria di Landau, da lui proposta per la prima volta nel 1937, è la più celebre tra tutte le teorie generali delle transizioni di fase.

Nonostante essa conduca a previsioni false, le teorie successive, che l'hanno perfezionata, non hanno modificato le sue idee di base, che ancora oggi vengono largamente utilizzate per costruire modelli sia delle transizioni di fase che, più in generale, dei fenomeni emergenti.

Si tratta di una teoria che non utilizza metodi di tipo statistico, ma solo considerazioni fenomenologiche.

Le ipotesi fondamentali della teoria di Landau sono:

a) Ogni transizione di fase può essere interpretata come un processo di CAMBIAMENTO DI SIMMETRIA; in generale essa consiste nel passaggio da una situazione PIÙ SIMMETRICA ad una situazione MENO SIMMETRICA. Ad esempio nello stato paramagnetico le proprietà del sistema sono INVARIANTI rispetto a qualsiasi tipo di rotazione nello spazio, mentre nello stato ferromagnetico, una volta creata una MGNETIZZAZIONE RESIDUA nel sistema, essa determina una DIREZIONE PRIVILEGIATA e le proprietà del sistema sono invarianti solo rispetto a ROTAZIONI attorno a questo asse.

b) Per descrivere il comportamento di un sistema nei pressi della temperatura critica le sole grandezze rilevanti sono il PARAMETRO D'ORDINE e la TEMPERATURA; tutti i dettagli sulla struttura microscopica servono solo a fissare i valori numerici di alcune costanti della teoria.

c) Nei pressi della transizione di fase la fisica è determinata essenzialmente dal VALORE MEDIO del parametro d'ordine; esso viene calcolato a partire dal valor medio della densità spaziale del parametro d'ordine, qui indicata con q_0, tramite la semplice formula:

$$m_0 = q_0 V$$

dove V = volume del sistema (IPOTESI DI CAMPO MEDIO).

L'ENERGIA LIBERA DI LANDAU

In termodinamica il termine ENERGIA LIBERA indica una grandezza tale che:

• la sua variazione misura il lavoro minimo effettuabile dal sistema

• i suoi valori minimi corrispondono agli stati di EQUILIBRIO STABILE del sistema

Landau ipotizza che, in prossimità di una transizione di fase, l'energia libera abbia, in assenza di un campo esterno, la forma:

$$F = F_0 + a\,q^2 + (b/2)\,q^4$$

dove q indica il valor medio della densità spaziale del parametro d'ordine.

Va subito osservato che il valore di F rimane invariato rispetto alla trasformazione:

$$q \rightarrow -q$$

Inoltre, mentre il coefficiente b ha un valore indipendente da T (e quindi legato solo ai dettagli microscopici della struttura del sistema), il valore del coefficiente a dipende da T tramite una legge del tipo:

$$a = a_0 \, \tau$$

dove a_0 rappresenta un'altra costante.

Per determinare gli stati di equilibrio stabile del sistema occorre ora trovare i valori minimi di F.

IL CALCOLO ESPLICITO DEI MINIMI

I minimi dell'energia libera di Landau sono determinati dalle due condizioni:

$$\partial F/\partial q = 0 \quad ; \quad \partial^2 F/\partial q^2 > 0$$

La prima delle due fornisce l'equazione algebrica:

$$a\,q + b\,q^3 = q\,(a_0\,\tau + b\,q^2) = 0$$

Si vede subito che due situazioni sono possibili:

a) $T > T_c$ **e** $\tau > 0$

in questo caso si ha una sola soluzione $q_0 = 0$**, che rappresenta anche un equilibrio stabile**

b) $T < T_c$ **e** $\tau < 0$

in questo caso si hanno tre soluzioni: $q_0 = 0$ **(che tuttavia è instabile) e** $q_0 = \pm(-a/b)^{1/2}$ **(stabili)**

LA ROTTURA DI SIMMETRIA

Dalle soluzioni trovate si ottiene che, per $\tau < 0$, si hanno due distinti valori del parametro d'ordine nella situazione di equilibrio stabile. Uno di essi si trasforma nell'altro in seguito alla sostituzione $q \rightarrow -q$, che quindi non lascia invariate le proprietà fisiche del sistema.

Quando le leggi fondamentali del sistema (come in questo caso la forma dell'energia libera F) sono invarianti rispetto ad una trasformazione di simmetria, mentre le soluzioni delle stesse leggi (i valori dei minimi) non sono più invarianti rispetto alla stessa trasformazione, si parla di ROTTURA DI SIMMETRIA.

Si può quindi dire che una transizione di fase corrisponde ad una rottura di simmetria, prodotta dalla variazione del parametro T.

La teoria di Landau si basa dunque su un meccanismo ben noto nella teoria matematica della FORMAZIONE DI PATTERN e chiamato col nome di BIFORCAZIONE.

Questo meccanismo era già stato studiato da Poincaré alla fine dell'Ottocento e poi analizzato in dettaglio dai matematici russi Andronov e Pontrjagin nello stesso periodo in cui Landau sviluppava la sua teoria delle transizioni di fase.

Ancora oggi molti fisici e matematici sono convinti che valga l'equivalenza:

TRANSIZIONE DI FASE = BIFORCAZIONE

L’EQUAZIONE DI GINZBURG-LANDAU

Si può dimostrare che, nei pressi di una transizione disordine-ordine, l’ampiezza del campo delle fluttuazioni del parametro d’ordine A soddifa l’equazione di Ginzburg-Landau:

$$\partial A / \partial t = \gamma \, \Delta_2 A + \alpha A + \beta A^3$$

dove i coefficienti sono, in generale, NUMERI COMPLESSI

BASTA LA FISICA CLASSICA PER DESCRIVERE LE TRANSIZIONI DI FASE ?

Attualmente la risposta sembra negativa, in quanto i fenomeni di biforcazione producono solo strutture instabili rispetto a fluttuazioni e, in secondo luogo, le teorie più complete, come quella di Ginzburg-Landau, sono costrette ad introdurre entità non classiche, come il campo delle fluttuazioni.

Inoltre la Fisica classica è stata costruita in modo tale che le previsioni fisiche rimangono inalterate anche in presenza di opportuni CAMBIAMENTI DI RAPPRESENTAZIONE, ovvero di SCELTA DELLE VARIABILI ADOTTATE PER DESCRIVERE UN DATO SISTEMA. Al contrario, le due fasi, prima e dopo una transizione, corrispondono a due sistemi fisici DIFFERENTI e tra loro IRRIDUCIBILI.

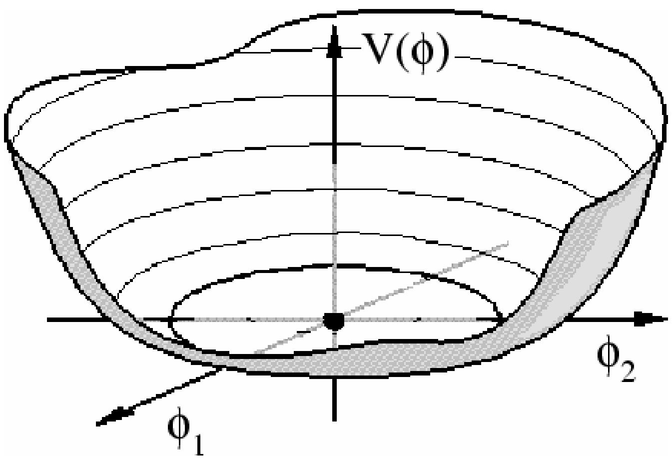
Si può invece dimostrare che altre teorie non classiche, come la TEORIA QUANTISTICA DEI CAMPI, ammettono al loro interno INFINITE RAPPRESENTAZIONI DIFFERENTI, reciprocamente IRRIDUCIBILI, di un dato sistema.

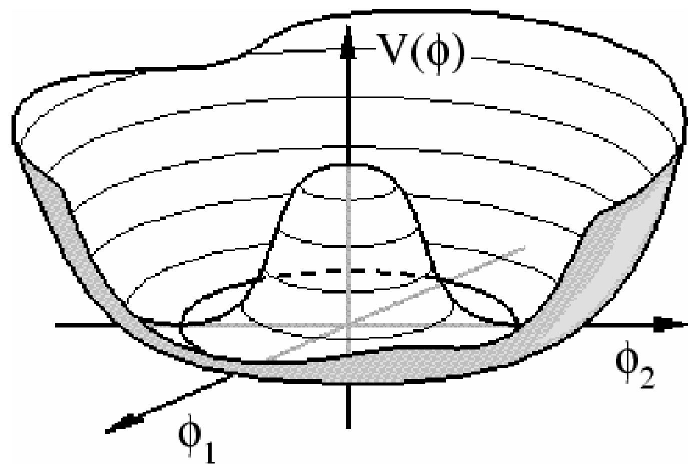
Queste differenti rappresentazioni potrebbero essere connesse con le differenti FASI del sistema.

La Teoria Quantistica dei Campi quindi sembrerebbe il quadro di riferimento più adatto per costruire una teoria generale delle transizioni di fase.

UN ESEMPIO:
LA ROTTURA DI SIMMETRIA
NELLA TEORIA QUANTISTICA DEI CAMPI

Questo fenomeno consiste nel fatto che, quando si hanno equazioni che descrivono l'evoluzione di campi di forze, può accadere, quando un opportuno parametro di controllo attraversa un certo VALORE CRITICO, che le equazioni stesse ammettano come soluzioni stabili di minima energia (gli STATI DI VUOTO), anziché una sola soluzione, PIÙ soluzioni differenti ma tutte equivalenti in quanto caratterizzate dalla stessa energia minima





Se un sistema si trova in fondo alla buca nella situazione A, dove andrà a finire quando, in seguito a un cambiamento dei parametri, si va nella situazione B ?

In tal caso il sistema sceglierà, tra I tanti stati di vuoto possibili, UNO PARTICOLARE DI ESSI, ma è assolutamente impossibile PREVEDERE A PRIORI QUALE SCELTA VERRÀ FATTA, dal momento che, dal punto di vista fisico, TUTTE LE SCELTE SONO EQUIVALENTI

L'aspetto più interessante è che, una volta effettuata una scelta, il sistema REAGISCE AI TENTATIVI DI MODIFICARLA. Infatti ogni perturbazione provoca la nascita di ECCITAZIONI COLLETTIVE A LUNGO RAGGIO D'AZIONE (chiamate BOSONI DI GOLDSTONE), che coordinano I comportamenti dei componenti individuali del sistema, in modo da mantenere una COERENZA GLOBALE della scelta fatta

In tal modo gli stati coerenti creati da una rottura di simmetria sono:

- **fortemente stabili**
- **indipendenti dalle condizioni al contorno**

Queste proprietà caratterizzano la cosiddetta RIGIDITÀ GENERALIZZATA

Inoltre i bosoni di Goldstone possono INTERAGIRE tra loro, dando luogo alla comparsa di entità macroscopiche (I cosiddetti OGGETTI QUANTISTICI), che a loro volta modificano il comportamento dell'intero sistema da cui hanno avuto origine

I FENOMENI DI COERENZA

Le correlazioni di tipo quantistico, dato che hanno un carattere non-locale, generano facilmente fenomeni di COERENZA su larga scala.

Tra di essi il più celebre è costituito dalla CONDENSAZIONE DI BOSE-EINSTEIN, che consiste nel fatto che tutte le particelle di un sistema tendono ad assumere la stessa quantità di moto, correlando così i loro movimenti, anche se distanti tra loro, pur di obbedire ad una particolare statistica (nota appunto come STATISTICA DI BOSE)

Molti pensano che tale fenomeno sia alla base di ben noti effetti, come l'EFFETTO LASER

IL TEMPO DI DECOERENZA

Tuttavia la coerenza generata dalle correlazioni quantistiche può essere distrutta dalle perturbazioni prodotte dalla interazione del sistema quantistico con l'AMBIENTE esterno

Il tempo medio necessario affinché tali perturbazioni distruggano la coerenza è chiamato TEMPO DI DECOERENZA

Per la maggior parte dei sistemi macroscopici il tempo di decoerenza è piccolissimo (minore di 10^{-30} secondi) e quindi per essi la coerenza quantistica diventa INOSSERVABILE

Solo per alcuni sistemi (quelli a livello atomico e molecolare) il tempo di decoerenza è abbastanza lungo e quindi ha senso solo per loro l'uso della Meccanica Quantistica

IL PRIMO PROBLEMA : I SISTEMI BIOLOGICI SONO QUANTISTICI ?

Vari autori (ad esempio Tegmark, 2000) hanno stimato il tempo di decoerenza nelle condizioni tipiche di un sistema biologico ed hanno trovato che esso è talmente piccolo da non giustificare l'utilizzo di un framework quantistico per tali sistemi.

Si può tuttavia mostrare che tali stime sono affette da due problemi:

1) **Presuppongono la validità della Meccanica Quantistica (e non della Teoria Quantistica dei Campi)**

2) **Sono basate su specifici modelli delle interazioni con l'ambiente (ad esempio come sistema di oscillatori)**

Nella Teoria Quantistica dei Campi le diverse rappresentazioni sono invece associate a CAMPI ASINTOTICI differenti, ciascuno dei quali, data la non unitarietà delle trasformazioni, non è ESPRIMIBILE come SOVRAPPOSIZIONE LINEARE degli altri.

Questo equivale al fatto che non sono possibili processi di TUNNELING tra uno stato corrispondente ad un dato CAMPO ASINTOTICO ed uno stato corrispondente ad un CAMPO ASINTOTICO differente, dato che i due sono separati da barriere di ALTEZZA INFINITA (ecco perché i bosoni di Goldstone garantiscono la conservazione della coerenza).

Naturalmente queste considerazioni sono esatte solo al limite per volumi infiniti. Tuttavia rimangono approssimativamente valide anche per volumi finiti.

CHE ACCADE SE SI È ESATTAMENTE IN CORRISPONDENZA AL PUNTO CRITICO DI UNA TRANSIZIONE DI FASE ?

Man mano che ci si avvicina al punto critico di una transizione di fase le fluttuazioni del sistema tendono a divergere, in quanto si va verso la distruzione della coerenza associata alla fase preesistente, mentre il sistema non è ancora in grado di decidere quale sarà la forma di coerenza associata alla nuova fase.

Al di sotto di una certa distanza dal punto critico il contributo energetico delle fluttuazioni supera quello fornito dalle correlazioni quantistiche, la coerenza viene distrutta e il sistema si comporta come un sistema CLASSICO.

In generale il comportamento è classico quando vale la relazione :

$$k\,T/(\hbar\,\omega_c) \gg 1$$

Se identifichiamo ω_c con $1/\tau$, dove τ è il tempo di rilassamento e sfruttiamo la relazione di scaling dinamico :

$$\tau \approx \xi^{z}$$

con l'aiuto delle relazioni di scaling tradizionali otteniamo la relazione :

$$k\,T_c \gg \hbar\,\delta^{z}$$

sempre verificata nei pressi del punto critico.

Dunque, pur essendo indispensabile l'uso della Teoria Quantistica dei Campi per descrivere le transizioni di fase, in corrispondenza al punto critico si ha una transizione momentanea ad una dinamica CLASSICA

Varie ricerche (ad esempio Pessa & Vitiello, 2004) hanno evidenziato come questa dinamica sia di tipo CAOTICO DETERMINISTICO

Inoltre, nel caso di una transizione associata ad una ROTTURA DI SIMMETRIA, se i diversi stati possibili di minima energia hanno proprietà topologiche differenti, si vengono a creare, nella fase classica, oggetti MACROSCOPICI che interpolano tra di essi, in modo da uniformare il comportamento del sistema su larga scala.

Tali oggetti sono globalmente chiamati DIFETTI TOPOLOGICI.

Così molti sistemi caratterizzati da correlazioni a lungo raggio e descritti apparentemente da equazioni classiche, come i SOLITONI, i VORTICI o i confini dei DOMINI, non sono altro che PRODOTTI derivanti da una TRANSIZIONE DI FASE tra due differenti forme di COERENZA QUANTISTICA

Si può quindi affermare che tali oggetti conservano una specie di ‘firma’ dei processi quantistici sottostanti che hanno dato loro origine

La Teoria Quantistica dei Campi dunque fornisce in quadro unitario per studiare tutti questi fenomeni

UN ALTRO PROBLEMA IRRISOLTO

Come avviene il processo di RICOERENZA, ovvero in cui dalla fase classica cotica in prossimità della transizione di fase si passa ad una nuova coerenza quantistica supportata dai bosoni di Goldstone ?

Come studiare il processo di SCELTA, da parte del sistema, di uno particolare tra i nuovi stati fondamentali presenti dopo una rottura di simmetria?

Come influenzarla? Come vincolare le condensazioni successive dei bosoni di Goldstone?

SOLO LE TEORIE QUANTISTICHE FORNISCONO MODELLI DELL'EMERGENZA INTRINSECA ?

Oggi sappiamo che la risposta è NO.

Certi sistemi descritti da leggi deterministiche, cui è stato aggiunto un RUMORE STOCASTICO DI FONDO, presentano comportamenti identici a quelli dei sistemi quantistici:

Comparsa di correlazioni a lungo raggio, effetti collettivi, ecc.

Per essi si può addirittura introdurre una COSTANTE DI PLANCK 'EFFETTIVA', il cui valore differisce da quello della costante di Planck tradizionale

Come mostrato da Fogedby (1998) una equazione del tipo di Burgers con rumore :

$$\partial u/\partial t = \nu \nabla^2 u + \lambda u \nabla u + \nabla\eta$$

caratterizzato da :

$$<\eta(x , t) \eta(x' , t')> = \Delta \delta(x - x') \delta(t - t')$$

può essere vista come equivalente a una teoria quantistica di campo con una costante di Planck "effettiva" data da Δ/ν

Inoltre va ricordato che il rumore stocastico può anche essere generato da PROCESSI CAOTICI DETERMINISTICI SOTTOSTANTI e che questi ultimi, a loro volta, caratterizzano i processi di FORMAZIONE DEI DOMINI nelle ROTTURE DI SIMMETRIA QUANTISTICHE

Si delinea quindi una complessa serie di interrelazioni tra CAOS, RUMORE, ORDINE, COERENZA e PROCESSI QUANTISTICI, che costituisce l'oggetto di studio della scienza più avanzata attuale

IL PROBLEMA DELLA DISSIPAZIONE

Tutti i formalismi precedenti sono utilizzabili nel caso in cui si abbia a che fare con sistemi Hamiltoniani. Che accade se, come avviene spesso nel caso biologico, i sistemi non sono descrivibili in forma Hamiltoniana perché, ad esempio, DISSIPATIVI ?

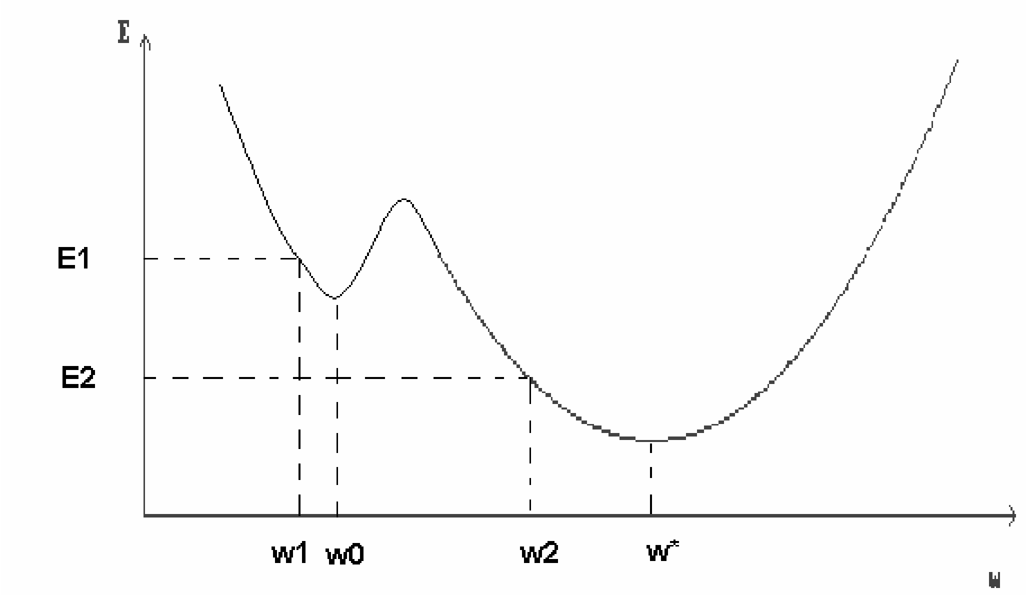
Possibili soluzioni:

- **il metodo del RADDOPPIO (Bateman, Vitiello)**
- **l'introduzione di generalizzazioni della meccanica hamiltoniana (Tarassov, 2000)**

LE TRANSIZIONI DI FASE DI NON-EQUILIBRIO

È il tipico dominio in cui la normale teoria delle transizioni di fase non può essere applicata.

Riguarda le situazioni in cui, oltre agli stati corrispondenti ad un minimo GLOBALE dell'energia, esistono altri stati di MINIMO LOCALE, ovviamente METASTABILI.



Situazioni del genere compaiono in molti casi pratici, in cui non vengono soddisfatte le condizioni dei modelli ideali: assenza di volume infinito ed esistenza di un ambiente esterno che perturba e dissipa.

Le applicazioni riguardano molti sistemi fisici (materiali amorfi o con difetti, reazioni chimiche, ecc.), biologici (membrane cellulari, neuroni, specie interagenti, ecc.) e sociali (sistemi economici aperti, ecc.).

In questi casi la transizione ad uno stato metastabile non si può descrivere con la teoria tradizionale delle transizioni di fase, anche perché la FENOMENOLOGIA MACROSCOPICA è profondamente diversa da quella ammessa dalla Termodinamica classica.

Esistono molti tentativi di soluzione a questo problema, la maggior parte dei quali basati su modelli NON IDEALI.

Il più celebre è costituito dalla TEORIA DELLE STRUTTURE DISSIPATIVE di PRIGOGINE.

Il problema principale di tutti questi tentativi è che non riescono a collegare in modo soddisfacente l'aspetto MACROSCOPICO con quello MICROSCOPICO.

Due circostanze possono verificarsi:

- **l'aspetto macroscopico è descritto in modo soddisfacente, ma non si riesce a vederlo come caso limite di una teoria microscopica**
- **l'aspetto microscopico è descritto in modo soddisfacente, ma la descrizione macroscopica o non esiste o, se esiste, è ingestibile**

Una possibile soluzione a questi problemi richiederebbe la costruzione di una TEORIA QUANTISTICA DEI CAMPI relativa ai SISTEMI APERTI, includente quindi le influenze dell'AMBIENTE ESTERNO e la presenza della DISSIPAZIONE.

Tale sviluppo teorico, tecnicamente assai complesso, viene attualmente portato avanti nel mondo da un certo numero di ricercatori (Zurek, Rivers, Calzetta, Vitiello e altri).

Una delle vie per conseguire questo obbiettivo sarebbe appunto quella di chiarire le relazioni tra gli attuali modelli non ideali e quelli ideali forniti dalla Teoria Quantistica dei Campi, per comprendere come questa debba modificarsi.

UN ALTRO PROBLEMA : L'EMERGENZA DI MOLTEPLICI LIVELLI GERARCHICI

Il mondo biologico è caratterizzato dall'esistenza di molteplici livelli (atomi, molecole, cellule, organi, organismi, sistemi cognitivi, società, ecc.) interagenti sia in modo bottom-up che top-down.

Una volta emerso un livello (ad esempio quello dei DIFETTI dovuti alla CONDENSAZIONE dei bosoni di Goldstone) come passare al livello successivo (interazioni tra difetti) ?

UN ULTERIORE PROBLEMA : SE UN LIVELLO È DISORDINATO, COME PUÒ FAR EMERGERE UN NUOVO LIVELLO ORDINATO ?

Secondo la meccanica statistica (vedi teoria degli spin glass) sistemi disordinati impeediscono la comparsa della coerenza e di correlazioni a lungo raggio.

Caso tipico: la localizzazione di Anderson e la transizione metallo-isolante

Tuttavia nel mondo biologico questo è esattamente quello che accade.

LE TRANSIZIONI INDOTTE DA RUMORE

Si tratta di uno dei fenomeni che possono verificarsi in sistemi disordinati, più facilmente evidenziabile nei sistemi con annealed disorder.

Esso consiste nella comparsa di nuovi stati di equilibrio in sistemi affetti da rumore, stati di equilibrio presenti SOLO se esiste il rumore e che scompaiono non appena il rumore viene tolto e il sistema torna a diventare deterministico.

Si possono paragonare a rotture di simmetria prodotte dal rumore.

UN ESEMPIO DI TRANSIZIONE INDOTTA DA RUMORE

Questi fenomeni possono capitare, ad esempio, in sistemi con RUMORE MOLTIPLICATIVO che, nel caso più semplice, ovvero quello di una sola variabile di stato, possono essere descritti da un'equazione differenziale stocastica avente la forma:

$$dx/dt = g(x) + h(x)\ \xi(t)$$

dove il simbolo $\xi(t)$ indica un processo stocastico avente le caratteristiche di un RUMORE BIANCO (ovvero media nulla e funzione di autocorrelazione proporzionale alla delta di Dirac).

Per equazioni di questo tipo la grandezza fondamentale da determinare è $P(x, t)$, ovvero la probabilità di transizione da un valore iniziale x_0, supposto presente al tempo $t = 0$, ad un valore x al tempo t.

I valori massimi di $P(x, t)$ corrispondono ai punti di equilibrio dei sistemi deterministici.

Nella teoria di queste equazioni ora si dimostra che, nel caso in cui il rumore bianco abbia una distribuzione gaussiana con deviazione standard σ, le posizioni di questi massimi sono dati dalle soluzioni dell'equazione:

$$g(x) - (\sigma^2/2)\, h(x)\, h'(x) = 0$$

Consideriamo ora il caso di un sistema descritto dall'equazione di evoluzione :

$$dx/dt = \alpha - x + \beta x(1 - x)$$

dove β è un opportuno parametro. Considerazioni di algebra elementare mostrano che questo sistema ammette due soli punti di equilibrio, soddisfacenti la condizione *dx/dt* = 0, dati da:

$$x_1 = [(\beta - 1) + D^{1/2}]/2\beta \quad , \quad x_2 = [(\beta - 1) - D^{1/2}]/2\beta$$

con

$$D = (1 - \beta)^2 + 4\,\alpha\,\beta$$

Si può dimostrare che x_1 è sempre stabile, mentre x_2 è sempre instabile. Supponiamo ora che il parametro β subisca delle fluttuazioni stocastiche intorno ad un valore di equilibrio, descritte dalla legge:

$$\beta = \beta_0 + \xi(t)$$

dove ξ(t) è un rumore bianco gaussiano. In questo caso l'equazione del sistema si trasforma in una equazione differenziale stocastica in cui le funzioni g(x) e h(x) descritte prima sono date da:

$$g(x) = \alpha - x + \beta_0 x (1-x) \quad , \quad h(x) = x(1-x)$$

Quindi i massimi di P(x , t) soddisfano l'equazione:

$$\alpha - x + \beta_0 x (1-x) - (\sigma^2/2)\, x (1-x)(1-2x) = 0$$

Per semplificare i calcoli scegliamo i valori dei parametri α = ½ e β_0 = 0. L'equazione allora ammette TRE soluzioni:

$$x = 1/2 \quad , \quad x = (1/2)\{1 \pm [1 - (4/\sigma^2)]^{1/2}\}$$

Se σ^2 < 4 solo la prima soluzione è reale. Se σ^2 > 4, le altre due soluzioni diventano reali e corrispondono a massimi di P(x , t) mentre la prima soluzione corrisponde ad un minimo. Quindi, in corrispondenza alla VARIANZA CRITICA del rumore σ^2 = 4, abbiamo una rottura di simmetria: l'UNICO punto di equilibrio stabile dell'equazione deterministica si splitta in DUE differenti massimi di P(x , t). Dato che questo fenomeno si verifica SOLO SE la varianza del rumore SUPERA un certo valore critico, i due massimi possono essere considerati derivanti da una TRANSIZIONE INDOTTA DA RUMORE.

I SISTEMI DISORDINATI HANNO SEMPRE COMPORTAMENTI DISORDINATI ?

In generale questo non è vero. A volte manifestano comportamenti caotici, ma altre volte hanno comportamenti ordinati.

Dopo tutto anche il nostro corpo e il nostro cervello sono sistemi disordinati, ma in essi le varie componenti spesso cooperano per raggiungere uno scopo che genera ordine, e non disordine.

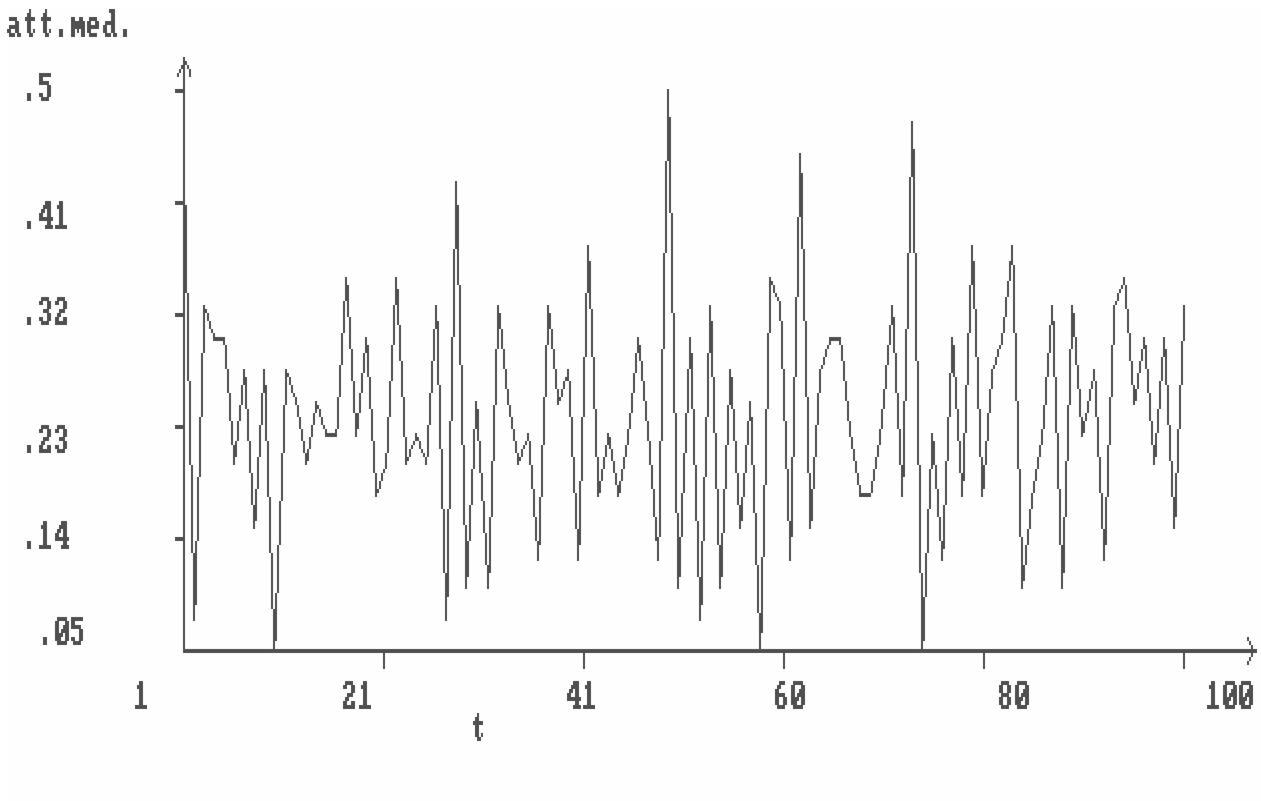
Qui di seguito mostreremo come uno stesso sistema, dotato di quenched disorder, possa generare comportamenti ordinati o caotici a seconda dei valori dei parametri.

L'ESEMPIO (BERTSCHINGER & NATSCHLÄGER, 2004)

L'esempio è costituito da una rete neurale ricorrente (ogni neurone potrebbe essere collegato con qualsiasi altro neurone) in cui, tuttavia, il numero degli ingressi ad ogni neurone viene fissato in anticipo e le connessioni hanno pesi fissi ma inizialmente scelti a caso da una distribuzione gaussiana di media μ e varianza σ^2 . Inoltre ogni neurone ha un ingresso esterno casuale che con probabilità r ha un valore pari a u + 1 e con probabilità 1 – r un valore pari a u.

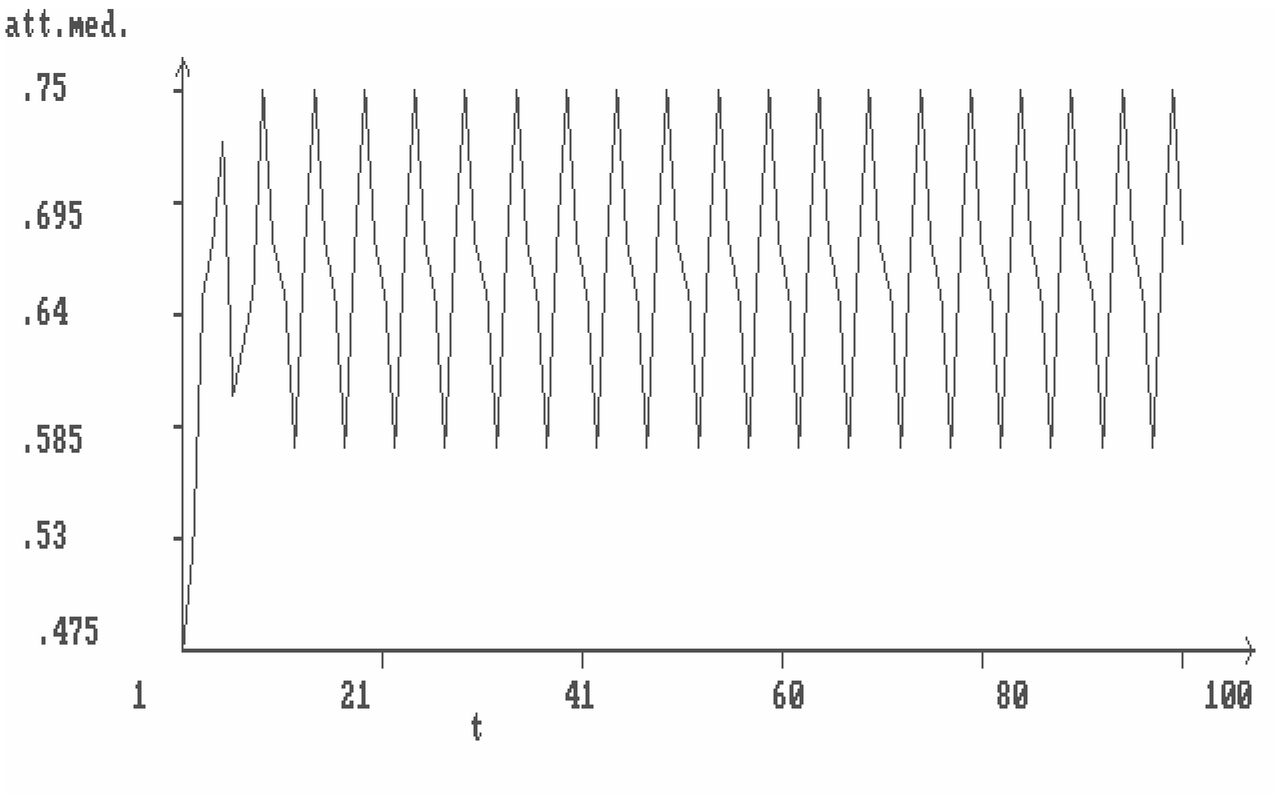
Ogni neurone ha una uscita pari a 1 o a 0 data da una funzione a gradino della somma pesata degli ingressi più l'ingresso esterno.

Ecco un esempio di comportamento caotico, mostrato tramite l'andamento dell'attività media in funzione del tempo.



N = 40 , k = 5 , μ = - 0.2 , σ^2 = 0.1 , u = - 0.5 , r = 0.3

Ma basta cambiare i valori di alcuni parametri perché lo stesso sistema manifesti un comportamento chiaramente ordinato.



N = 40 , k = 5 , μ = 0 , σ^2 = 0.1 , u = 0 , r = 0

IL PROBLEMA DELLA FITNESS

Sembra che ciò che contraddistingue le transizioni di fase nei sistemi biologici sia che in esse le condizioni asintotiche sono determinate dalla FITNESS del sistema ai fini di un adattamento all'ambiente.

Varie ricerche hanno mostrato che le esigenze di massimizzazione della fitness del sistema producono una sorta di coerenza globale anche nei sistemi disordinati, in cui la somma delle fitness individuali diventa differente dalla fitness globale (Michod et al., 2005)

Lo schema di applicazione dei metodi analitici

In linea generale la procedura seguita è:

- **scrittura della relazione che fornisce la DINAMICA LOCALE del generico elemento del sistema**

- **trasformazione di questa relazione in una che descrive un processo STOCASTICO equivalente**

- **deduzione della legge che descrive l'evoluzione della distribuzione di probabilità di questo processo**

- **interpretazione di quest'ultima come legge dinamica di una opportuna TEORIA DI CAMPO**

- **uso dei metodi noti della Teoria dei Campi per ricavare previsioni**

CONCLUSIONE 1

Sembra che nello studio delle transizioni di fase sia utile ricorrere ad un approccio quantistico

Solo quest'ultimo sembrerebbe in grado di fornire una teoria dell'auto-organizzazione e dell'emergenza che spieghi le correlazioni a lungo raggio sperimentalmente osservate

Tuttavia va ricordato che esistono alcuni modelli matematici in grado di esibire correlazioni a lungo raggio stabili senza essere di natura quantistica

FORSE TUTTI I MODELLI DI QUESTO TIPO SONO QUANTISTICI SENZA SAPERLO ?

CONCLUSIONE 2

Se si riesce a provare l'equivalenza tra modelli ideali e modelli non ideali e se questi ultimi riescono a render conto dell'emergenza di tipo biologico, allora non vi è motivo per pensare che l'emergenza fisica e quella biologica abbiano bisogno di strumenti concettuali differenti.

Se si riesce a dimostrare che questa equivalenza in generale non può esistere, allora occorre porsi il problema della costruzione di una SUPER-FISICA che renda ragione delle caratteristiche specifiche dei processi biologici (DA DOVE PARTIRE PER QUESTA IMPRESA ?)